

## 3-4 курсы СПО

## Задание 1.

Хроматическое число – число цветов, в которые можно раскрасить вершины.

Постройте граф на 7 вершинах таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

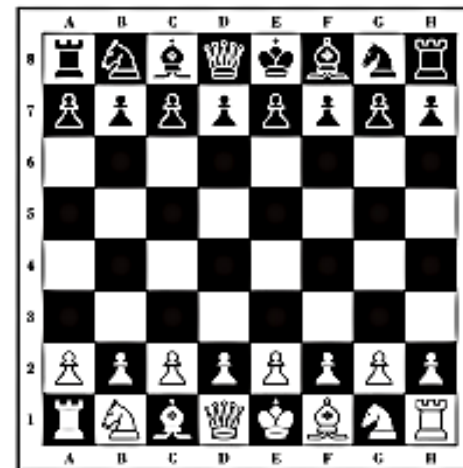
- вершины любого ребра раскрашены разными цветом;
- хроматическое число имеет минимально возможное значение;
- из каждой вершины выходит не менее двух ребер.

## Задание 2.

Дорисуйте граф, полученный в задании 1 таким образом, чтобы из каждой вершины выходило ровно 4 ребра, и не существовало четырех вершин, каждые две из которых соединены между собой. Можно ли раскрасить такой граф правильно, и какое хроматическое число при этом получится? Правильной считается раскраска графа, при которой любые две вершины одного цвета не соединены.

## Задание 3.

Напишите логическую формулу, описывающую свойства, которыми обладает шахматная доска при начальной расстановке фигур.



Всего в шахматах 6 видов фигур, 2 цвета фигур. Обозначьте фигуры и цвета фигур переменными. Для записи сложных свойств используйте логические связки, которые соединяют простые свойства (простые свойства описываются словами с использованием переменных): *И*, *ИЛИ*, *НЕ ВЕРНО ЧТО*, *СЛЕДОВАТЕЛЬНО*, *ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА*, *ДЛЯ ВСЕХ x*, *СУЩЕСТВУЕТ x ТАКОЙ ЧТО* (вместо x любая из обозначенных переменных). Для упорядочения связок используйте круглые скобки.

**Задание 4.**

В очереди в магазине стоит  $N$  человек. Известно, что рядом с каждым человеком (непосредственно впереди его в очереди или сзади) есть человек, в корзине у которого лежит хлеб. Также в очереди есть покупатели (не более половины), рядом с которыми (непосредственно впереди его в очереди или сзади) нет человека, в корзине у которого лежит молоко. Докажите, что число человек в очереди, покупающих хлеб, не менее половины. Определите максимальный процент покупателей, у которых в корзине будет лежать молоко.

**Задание 5.**

Предположим, хорошими называются слова, состоящие из букв  $a$  и  $b$ , в которых количество букв  $a$  и  $b$  дают одинаковый остаток при делении на 5 (то есть их разность кратна 5). Все остальные слова считаются плохими. Очень нехорошими будем считать нехорошие слова, к которых любой непустой начальный срез слова является нехорошим словом.

Например, слово  $aaaaab$  не считается очень плохим, так как начинается с хорошего слова  $aaaa$ . Найдите все нехорошие слова длиной 10 и докажите, что других нехороших слов нет.