

Задание 1.

Добрыня Никитич в 1,5 раза старше Алеши Поповича и в 1.5 раза младше Ильи Муромца. Сколько лет Добрыне Никитичу, если Илья Муромец старше Алеши Поповича на 20 лет.

(1 балл)

Задание 2.

Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 * 2029 - 2016 * 2032}$

(1 балл)

Задание 3.

Дана возрастающая геометрическая прогрессия $b_1, b_2, b_3, b_4, \dots$, состоящая из положительных чисел.

Известно, что сумма $b_1 + b_3 = \frac{10}{3} b_2$.

Найти отношение $b_6 + b_7 + b_8 + b_9 + b_{10}$ к $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5$

(2 балла)

Задание 4.

Найдите все значения параметра a , при которых разность между корнями уравнения $x^2 + 3ax + a^4 = 0$ максимальна.

(2 балла)

Задание 5.

Решить уравнение: $2\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin 2x = \sqrt{3}(\cos x - \sin x)$

(2 балла)

Задание 6.

Окно имеет форму прямоугольника, периметр которого равен 8 м.

Каковы должны быть размеры окна, чтобы оно пропускало наибольшее количество света?

(2 балла)

Задание 7.

Решить неравенство:

$$\log_{|2x-\frac{1}{2}|}(x+1+\frac{1}{x}) \geq \log_{|2x-\frac{1}{2}|}(x^2+1+\frac{1}{x^2})$$

(3 балла)

Задание 8.

В прямоугольном треугольнике ABC (угол C равен 90 градусов) проведена биссектриса AL и высота CH. Найти косинус угла BAC, если HL параллельна AC.

(3 балла)

Задание 9.

Цена производителя на товар А составляет 20 рублей. Прежде, чем попасть на прилавок магазина, товар проходит через несколько фирм-посредников, каждая из которых увеличивает текущую цену в два или в три раза и осуществляет услуги по транспортировке и хранению товара. Магазин делает наценку 20 %, после чего покупатель приобрел товар за 576 рублей. Сколько посредников было между магазином и производителем?

(3 балла)

Задание 10.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

(5 баллов)

Задание 11.

А) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 15 раз больше суммы?

Б) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 200 раз больше суммы?

В) Найдите все четырехзначные числа, произведение цифр которых в 12,5 раз больше суммы.

(6 баллов)