

Задание 1. «Мир Тарского» (25 баллов)

Напишите логическую формулу, описывающую свойства, которыми обладает поле для Судoku. Поле для Судoku представляет собой квадрат 9×9 , разделенный на 9 равных квадратов (см. рис. 1). Квадрат заполняется цифрами от 1 до 9. В каждом маленьком квадрате цифры не повторяются, в каждой строке и в каждом столбце цифры не повторяются.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

В формуле используются следующие обозначения:

Цифры обозначаются переменными x_1, x_2, \dots, x_9 . Для записи сложных свойств используются логические связки, которые соединяют простые свойства (простые свойства описываются словами с использованием переменных): И, ИЛИ, НЕ ВЕРНО ЧТО, СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, ДЛЯ ВСЕХ x , СУЩЕСТВУЕТ x ТАКОЙ, ЧТО (вместо x можно использовать любую переменную x_1 - x_9).

Для упорядочения связок используются круглые скобки.

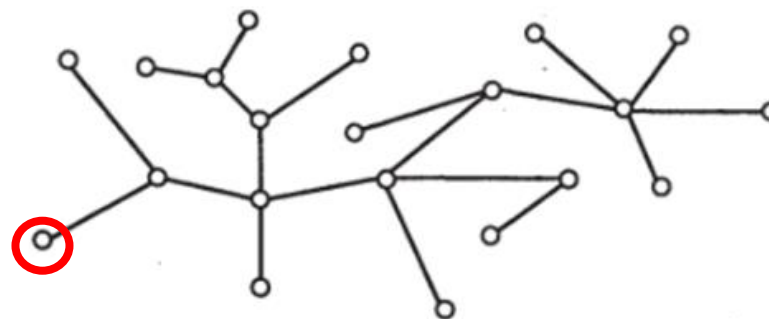
Задание 2. «Покрытие графа» (10 баллов)

На рисунке показана дерево иерархической подчиненности нескольких организаций, изображенных точками.

Вершина, обведенная красным кругом — корень дерева — является головной организацией. Статистическому бюро нужно собрать сведения о всех организациях. Каждая организация может предоставить сведения о себе, а также тех организациях, которые находятся в её непосредственном подчинении и той организации, в непосредственном подчинении которой она сама находится (то есть на графе — это сама вершина и соседние с ней).

Какие из организаций достаточно опросить, чтобы получить информацию о всех организациях, сделав наименьшее число запросов? Такой набор вершин называется наименьшим вершинным покрытием графа. Тогда вопрос задачи будет звучать так: найдите все наименьшие вершинные покрытия заданного в условии дерева.

Примечание. Вершинным покрытием называется подмножество вершин графа, содержащее по крайней мере одного соседа каждой вершины, не входящей в это множество. Наименьшим покрытием будем называть покрытие с наименьшим числом вершин.



Задание 3. «Общественное мнение» (25 баллов)

В некоторой группе студентов у каждого студента по 3 друга. Каждый из них увлекается одной из двух компьютерных игр: Forza Horizon 4 (обозначим ее красным цветом) или Ведьмак 3: Дикая охота (обозначим ее синим цветом).

Каждый день каждый студент общается со всеми своими друзьями. За ночь он обдумывает полученную от них информацию, и если оказывается, что большинство его друзей являются игроками противоположной игры, к утру студент меняет свои взгляды.

Постройте пример (в виде графа) исходного распределения игровых симпатий, при котором стабилизации взглядов не происходит. Для примера использовать группу не менее 4 студентов.

Задание 4. «Алгоритм возведения в степень» (40 баллов)

Опишите алгоритм возведения числа a в 255 степень с помощью только операции умножения:

1) За 14 операций умножения без использования дополнительной памяти (то есть разрешается использовать только исходное число и результат последней операции).

2) За 10 операций умножения с использованием любого количества дополнительной памяти.

3) За 10 операций умножения с использованием одной ячейки дополнительной памяти (то есть помимо исходного числа и результата последней операции, разрешается держать в памяти ещё одно число. Это число может меняться в процессе работы алгоритма).

Замечание: верное решение для 3 будет засчитываться и для 2.